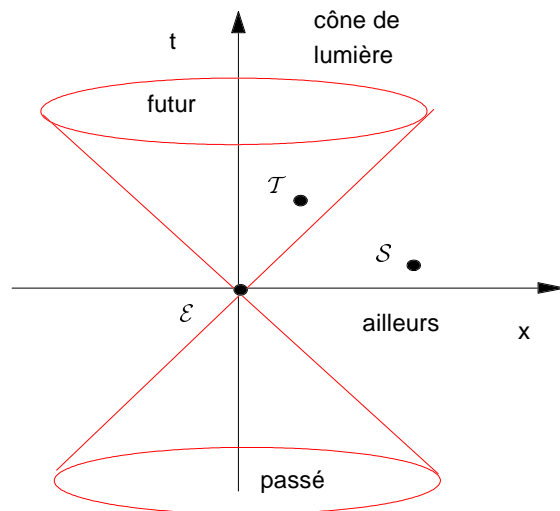


Mécanique classique I — Problèmes choisis

L. Marleau



Mécanique classique I — Problèmes choisis

L. Marleau

Cet ouvrage a été rédigé avec *Scientific WorkPlace*
et composé avec \LaTeX 2 ϵ .

Copyright © 1997. Tous droits réservés.

L. Marleau

Département de physique

Université Laval

Québec, Canada.

Table des matières

Avant-Propos	vii
1 Rappel	1
2 Relativité restreinte	3
Cinématique relativiste	3
Dynamique relativiste	8
3 Repères accélérés	13
4 Corps rigides	17

Avant-Propos

Cet ouvrage contient un recueil de problèmes pour le cours de Mécanique Classique I (PHY-10489) du département de physique de l'Université Laval. Il se veut un complément aux notes de cours.

On suppose que certaines notions de mécanique newtonienne sont déjà acquises telles que les lois de Newton. La première liste de problèmes visent à se familiariser de nouveau avec certains concepts qui seront utiles. Les notes couvrent la relativité restreinte, les repères accélérés et les corps rigides. Les notions de relativité restreinte sont les premières introduites (chapitres 1, 2, 3 et 4) bien qu'historiquement elles soient les plus récentes. Les problèmes s'y reliant sont séparés en deux parties: la cinématique et la dynamique relativiste. Les exercices qui suivent se rattachent aux notions de mécanique avancée (repères accélérés et corps rigides) qui sont traitées aux chapitres 5 et 6 des notes de cours.

Québec
Mai 1997

Luc Marleau
Département de Physique
Université Laval

1 Rappel

1. En haut et en bas

Vous lancez une balle avec une vitesse initiale de $7,3 \text{ m/s}$. Quand elle quitte votre main, la balle est à $1,5 \text{ m}$ du sol.

- (a) Au bout de combien de temps la balle touchera-t-elle le sol?
- (b) Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle?
- (c) Quelle est la vitesse de la balle au niveau de votre main lorsqu'elle redescend?

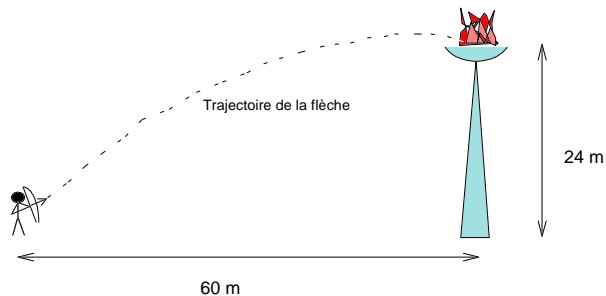
2. Navigation à bord d'un jet

Un jet voyage à une vitesse de 960 km/h . Ce jet effectue le trajet Houston-Omaha d'une distance de 1290 km vers le nord.

- (a) Dans quelle direction doit-il voler si il y a un vent d'ouest de 190 km/h à son altitude de croisière?
- (b) Quelle est sa composante de vitesse dans la direction nord?
- (c) Combien de temps durera le voyage?

3. La flamme olympique

La flamme olympique des jeux de Barcelone en 1992 a été allumée par une flèche enflammée lancée d'un point situé à 60 m horizontalement et de 24 m verticalement. Quelle doit-être la vitesse initiale de la flèche pour qu'elle suive sa trajectoire optimale? (Ignorer les effets aérodynamiques)



4. Lois de Newton

Énoncer les trois lois de la mécanique Newtonienne et donner un exemple approprié pour illustrer chacune d'elles.

5. Lois de Képler

Énoncer les trois lois de Képler et illustrer chacune d'elles.

6. Les déménageurs

Des déménageurs poussent une malle de 78 kg à 0,710 m/s lorsqu'ils rencontrent une surface rugueuse avec un coefficient de friction cinétique de 0,295. S'ils poussent avec une force constante de 220 N, quelle est la vitesse de la malle à la fin de la surface rugueuse de 2,25 m?

2 Relativité restreinte

Cinématique relativiste

1. Diagrammes espace-temps.

Un repère S' se déplace à une vitesse 0.8 par rapport au repère S . Deux événements se produisent: l'événement 1 à $x_1 = 10$ m, $t_1 = 60$ m et l'événement 2 à $x_2 = 50$ m, $t_2 = 90$ m.

(a) Construisez deux diagrammes espace-temps illustrant ce cas, l'un montrant le point de vue de S (axes t et x orthogonaux) et l'autre le point de vue de S' (axes t' et x' orthogonaux).

(b) L'un des deux événements décrits peut-il influencer l'autre et, si oui, lequel?

2. Un événement A a lieu à l'origine du repère S à $t = 0$. Un autre événement B , séparé du premier par une distance de 2.5×10^9 m a lieu 10 secondes plus tard. Trouvez la vitesse de S' par rapport à S pour laquelle les événements A et B :

(a) ont lieu au même point?

(b) ont lieu simultanément?

(c) Dans le cas (a), quel est l'intervalle de temps t' entre A et B ?

3. Considérez un univers où la vitesse de la lumière est égale à 100 km/s. Une limousine Cadillac se déplaçant à une vitesse v dépasse une Géo Métro roulant à la vitesse limite $v_{\text{lim}} = 0.5c = 50\text{km/s}$. De combien la Cadillac dépasse-t-elle la vitesse limite si sa longueur telle que mesurée par un observateur au repos est la même que celle mesurée pour la Géo Métro? On suppose que la longueur propre de la Cadillac est le triple de celle de la Géo Métro.

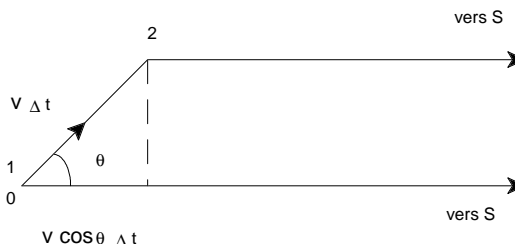
4. Classez les paires d'événements suivants (de genre espace, etc.) en prenant bien soin de justifier votre réponse. Les unités sont telles que la vitesse de la lumière $c = 1$.

(a) (0,0,0,0) et (-1,1,0,0)

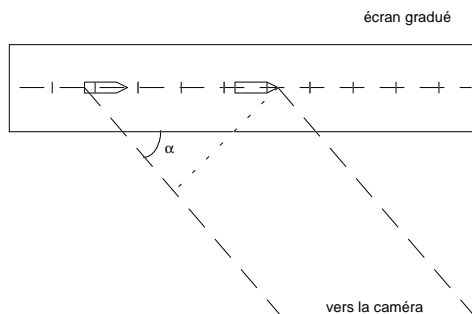
(b) (1,1,-1,0) et (-1,1,0,2)

(c) (-1,1,-1,1) et (4,1,-1,6)

5. Le vaisseau *Enterprise* quitte la planète Terre (événement A) à destination de la planète Vulcain et y arrive (événement B) 10^7 secondes plus tard, tel que mesuré par les horloges de l'*Enterprise*. Dès l'arrivée du vaisseau, le capitaine Picard se fait téléporter sur la planète et le vaisseau retourne immédiatement vers la Terre (considérez que l'opération de téléportage demande un temps négligeable). Picard laisse passer un intervalle de temps T (tel que mesuré par lui), après quoi il envoie (événement C) un signal lumineux vers la Terre. Le signal atteint éventuellement la Terre (événement D) au moment même où l'*Enterprise* y arrive. L'*Enterprise* se déplace à 99% de la vitesse de la lumière. Supposez que les planètes Terre et Vulcain sont au repos l'une par rapport à l'autre.
- Sur un diagramme espace-temps correspondant au repère de la Terre (axes t et x orthogonaux), identifiez les différents événements ainsi que les différentes lignes d'univers et le parcours du signal lumineux.
 - Quelles horloges mesurent le temps propre entre A et B ? Entre B et C ? Entre A et D ?
 - Combien de temps a duré le voyage total de l'*Enterprise* tel que mesuré par un observateur terrien?
 - Quelle est la longueur de l'intervalle de temps T , tel que mesuré par le capitaine Picard?
6. Un vaisseau Klingon (repère S') passe l'*Enterprise* (repère S) à une vitesse $v = 0.6c$ selon l'axe des x . Comme d'habitude, on suppose que les origines des deux systèmes de coordonnées coïncident à $t = t' = 0$. Spock (vaisseau S) observe un missile lancé du vaisseau Klingon et passant l'origine de son système de coordonnées à $t = 0$ avec une vitesse $v = 0.4c$. Déterminez la trajectoire du missile, c'est-à-dire sa position en fonction du temps, telle que mesurée dans S' .
7. Une tige de longueur L' , au repos dans le repère S' , fait un angle θ' par rapport à l'axe x' . Déterminez la longueur L et l'angle θ tels que mesurés dans le repère S . Le repère S' se déplace à vitesse constante v selon l'axe x du repère S .
8. Une fusée est lancée d'un point O à une vitesse v et à un angle θ par rapport à un observateur S situé à une très grande distance D de O . Le point O est considéré au repos par rapport à l'observateur S . La grande distance nous permet de supposer que les différentes lignes de visée vers la fusée sont, à toutes fins utiles, parallèles (voir la figure)



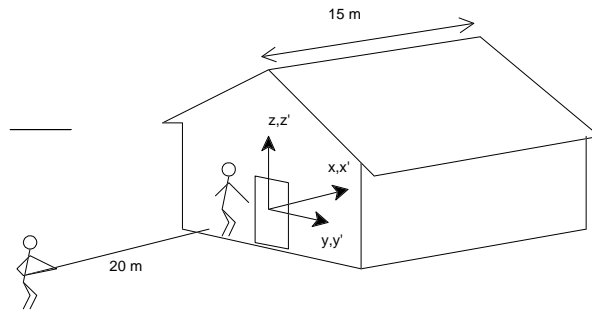
- (a) En supposant que la fusée met un temps Δt pour se déplacer du point 1 au point 2, obtenez d'abord une expression pour l'intervalle de temps apparent Δt_{app} mesuré par l'observateur (on doit tenir compte du fait que le point 2 est plus près de S que le point 1) et obtenez ainsi une expression pour la vitesse transversale (c'est-à-dire perpendiculaire à la ligne de visée) apparente v_{app} de la fusée. En d'autres termes, il s'agit de déterminer à quelle vitesse le point représentant la position de la fusée sur le ciel apparaîtra se déplacer tel que vu par l'observateur S .
- (b) Montrez que cette vitesse peut dépasser la vitesse de la lumière et expliquez pourquoi ceci ne pose aucun problème. [Indice: trouvez l'angle θ_o pour lequel la vitesse apparente est maximum.]
9. Une caméra éloignée (lignes de visée parallèles!) enregistre la position instantanée d'une fusée de longueur propre b se déplaçant à vitesse v selon l'axe des x (voir la figure). On a choisi le temps de pose suffisamment court de façon à ce que la fusée n'apparaisse pas floue. Juste derrière la fusée (distance écran-fusée égale à zéro) et parallèle à sa trajectoire, se trouve un écran gradué que la fusée éclipse lors de son passage. L'écran est au repos par rapport à la caméra et la caméra est à un angle α par rapport au vecteur vitesse de la fusée. Quelle sera la longueur apparente de la fusée sur la photo? En d'autres termes, quelle est la longueur d'écran cachée par la fusée sur la photo?



10. Un neutron ayant une énergie cinétique de 10^{14} MeV se déplace dans la Galaxie se-

lon une direction perpendiculaire au plan galactique. On appelle rayons cosmiques les particules ayant une énergie aussi considérable. Pour simplifier le problème, on suppose que la Galaxie ressemble à un disque d'une épaisseur $D = 300$ années-lumière et de rayon $R = 50000$ années-lumière. (La masse du neutron est 980 MeV)

- (a) Quel est le facteur de Lorentz γ du neutron?
 - (b) Quelle serait l'épaisseur apparente de la Galaxie telle que mesurée dans le repère du neutron?
 - (c) La durée de vie du neutron est de 10^3 s. Si le neutron se déplaçait selon une direction radiale dans le plan de la Galaxie, aurait-il le temps de traverser la Galaxie avant de se désintégrer?
11. Vous désirez voyager jusqu'à une étoile située à N années-lumières de la Terre. À quelle vitesse devez-vous vous déplacer pour que le voyage dure N années de votre vie?
12. Un coureur rapide, Runny, portant une perche de 20 m, s'approche d'une grange, à une vitesse de 0.8 . Son ami, Barny, se tient près de la porte ouverte de cette grange, dont la longueur est de 15 m.



- (a) Selon Barny, quelle est la longueur de la perche portée par Runny?
 - (b) Aussitôt que Runny est entré dans la grange avec sa perche, Barny ferme la porte. Combien de temps s'est écoulé, selon Barny, entre le moment où il ferme la porte et le moment où l'extrémité de la perche frappe le mur opposé à la porte? De quel type est l'intervalle entre ces deux événements?
 - (c) Dans le repère de Runny, quelle est la longueur de la grange?
 - (d) Est-ce que Runny pense que la perche est entièrement dans la grange lorsque sa perche frappe le mur? Et lorsque la porte se ferme?
 - (e) Discutez ce problème en vous appuyant sur des graphiques bien tracés. Prendre comme événement origine à $t = t' = 0$, l'entrée de la tête de la perche dans la grange à $x = x' = 0$ (sur la figure les systèmes S et S' coïncident donc à $t = t' = 0$). Faites l'hypothèse que la perche est rigide et que le mur du fond de la grange est facile à défoncer.
13. Les électrons d'un tube cathodique de télévision se déplacent dans le tube à 30% de

la vitesse de la lumière. Par quel facteur le tube sera-t-il réduit dans le référentiel des électrons relativement à sa longueur au repos?

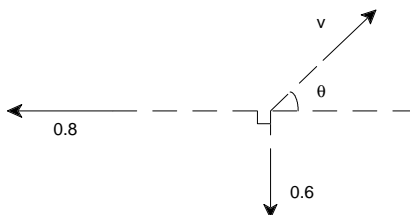
14. L'étoile la plus rapprochée, située au-delà de notre système solaire, se trouve à une distance de 4 années-lumière. Un vaisseau spatial peut se rendre à l'étoile en 5 ans tel que mesuré sur la Terre.
 - (a) Combien de temps le voyage durera-t-il du point de vue du pilote du vaisseau?
 - (b) Quelle est la distance Terre-étoile du point de vue du pilote du vaisseau?
15. Les jumeaux A et B vivent sur la Terre. Le jour de leurs 20 ans, le jumeau B monte dans un vaisseau en vue d'atteindre une étoile située à 30 années-lumière tel que mesuré de la Terre. Sachant que le vaisseau se déplace à $0.95c$, quels seront les âges des jumeaux quand ils seront de nouveau réunis?
16. L'oxygène ^{15}O radioactif se désintègre à un taux tel que la moitié des atomes d'un échantillon se désintègrent toutes les 2 minutes. Si un tube contient 1000 atomes de ^{15}O et qu'il se déplace à $0.8c$ par rapport à la Terre pendant 6,67 minutes, combien d'atomes restera-t-il lorsque le temps se sera écoulé?
17. Les calculs d'un astronome lui permettent d'affirmer que deux étoiles ont explosé simultanément dans son repère. Un autre astronome hypothétique habitant une galaxie se déplaçant à grande vitesse par rapport à la Terre a vu lui aussi ces deux explosions. Sont-elles simultanées pour lui aussi?
18. Deux événements se produisent dans S : E_0 à $x_0 = 0\text{m}$ et à $t_0 = 0\text{m}$ et E_1 à $x_1 = 2\text{m}$ et à $t_0 = 1, 2\text{m}$. Peut-il y avoir une relation de cause à effet entre ces deux événements?
19. Un événement E_1 se produit à 5 années-lumière de la Terre. Deux ans plus tard, un événement E_2 se produit à 3 années-lumière de la Terre.
 - (a) Pour un observateur sur la Terre, ces événements sont-ils simultanés?
 - (b) Seront-ils vus simultanément par un astronome sur la Terre?
20. Dessinez les axes x et t d'un repère S et tracez ensuite
 - (a) la ligne d'univers de l'horloge de S placée à $x = 1\text{m}$,
 - (b) la ligne d'univers d'une particule qui se déplace avec la vitesse $v = 0.1$ et qui passe par $x = 0.5\text{m}$ à $t = 0\text{m}$,
 - (c) le lieu des points dont l'intervalle à partir de l'origine est $\Delta s^2 = -1\text{m}^2$,
 - (d) le lieu des points dont l'intervalle à partir de l'origine est $\Delta s^2 = +1\text{m}^2$,
 - (e) le lieu des points dont l'intervalle à partir de l'origine est $\Delta s^2 = 0$,
 - (f) les axes t' et x' d'un repère S' qui se déplace à $v = 0.5$ dans le sens positif de l'axe des x et dont l'origine coïncide avec celle du repère S ,
 - (g) la calibration des axes t' et x' ,
 - (h) le lieu des événements qui se produisent simultanément à l'instant $t = 2\text{m}$,
 - (i) le lieu des événements qui se produisent simultanément à l'instant $t' = 2\text{m}$.

- (j) la ligne d'univers d'un photon émis à $t = -1\text{m}$ et à $x = 0\text{m}$, dans la direction négative de l'axe des x sachant que ce photon est réfléchi par un miroir dont la position est, dans l'autre repère, $x' = -1\text{m}$ et qu'il est ensuite absorbé par un détecteur placé à $x = 0.75\text{m}$.
21. La Terre et le Soleil sont distants de 8,33 minutes-lumière. Un événement A se produit sur la Terre à $t = 0$ et un événement B sur le Soleil à $t = 2.45$ minutes, tel que mesuré dans le référentiel Terre-Soleil. Déterminez lequel des événements se produira le premier et quelle sera la différence de temps entre A et B si:
- vous vous déplacez de la Terre au Soleil avec $v = 0.75c$,
 - vous vous déplacez du Soleil à la Terre avec $v = 0.75c$,
 - vous vous déplacez de la Terre au Soleil avec $v = 0.294c$.
22. Deux civilisations évoluent sur les côtés opposés d'une galaxie de diamètre 10^5 années-lumière. Au temps $t = 0$, dans le référentiel de la galaxie, la civilisation A envoie son premier engin spatial. La civilisation B envoie quant à elle son premier engin spatial 50000 années plus tard. Un être d'une civilisation C traverse la galaxie à $0.99c$ sur une ligne allant de A à B .
- Pour l'être de la civilisation C , quelle civilisation a envoyé son engin spatial en premier?
 - Si la civilisation B avait lancé son engin spatial 1000000 d'années après la civilisation A , le résultat précédent serait-il le même?
 - Pourrait-il y avoir un observateur qui verrait les deux lancements en même temps? Si oui, quelle devrait être sa vitesse par rapport à la galaxie (cas (a) et (b))?
23. Soient deux vaisseaux de 25 m de longueur tel que mesuré dans leurs référentiels au repos. Le vaisseau A s'approche de la Terre à $0.65c$. Le vaisseau B s'approche de la Terre à $v = 0.5c$ mais dans la direction opposée. Déterminez la longueur du vaisseau B telle que mesurée
- dans le référentiel de la Terre,
 - dans le référentiel du vaisseau A .
24. En prenant $c = 1$, convertissez les quantités suivantes.
- une puissance de $P = 100\text{ W}$
 - la constante de Planck $h = 6.6 \times 10^{-34}\text{ J/s}$
 - l'impulsion d'une auto $p = 3 \times 10^4\text{ kg.m/s}$

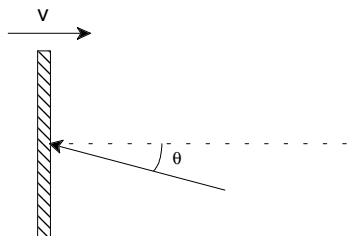
Dynamique relativiste

1. Une particule au repos de masse M se désintègre spontanément en deux particules de masse m_1 et m_2 . Soit Q la quantité d'énergie libérée lors de la désintégration

- (a) Obtenez une expression pour l'énergie cinétique K_1 et K_2 des deux particules en fonction uniquement des masses des particules et de Q .
- (b) Si la particule de masse M est un pion (méson π) d'une masse au repos de 139.6 MeV se désintégrant en un neutrino (masse au repos nulle) et un muon (méson μ) de masse au repos 105.7 MeV, quelle est la valeur de Q pour cette désintégration? Quelles sont les valeurs d'énergie cinétique du muon et du neutrino (K_μ et K_ν)?
2. Démontrez qu'il est impossible qu'un électron libre et isolé absorbe un photon.
3. Une patrouille de l'*Enterprise*, en mission de reconnaissance sur une planète inconnue, fait la découverte d'un cristal mystérieux. Un échantillon de masse au repos M est immédiatement téléporté à bord de l'*Enterprise*. Un dérèglement du téléporteur fait que le cristal se désintègre spontanément en trois fragments de masse au repos égale à m . Deux des fragments s'échappent à angle droit à des vitesses respectives de 0.6 et 0.8 fois la vitesse de la lumière. Le troisième atteint un membre de l'équipage situé à un angle θ (voir le diagramme qui suit).
- (a) Déterminez la vitesse et la direction de ce fragment.
- (b) Quel est le rapport M/m ?



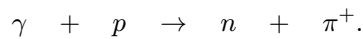
4. Un miroir se déplace à une vitesse v dans une direction perpendiculaire à sa surface. Tel que mesuré dans le laboratoire, quel sera l'angle par rapport à la normale d'un rayon de lumière réfléchi s'il est incident à un angle θ ? [Indice: la façon la plus simple de résoudre ce problème est de considérer le quadrivecteur impulsion du photon en effectuant les transformations appropriées entre les repères du laboratoire et du miroir. On se rappellera que $E = p$ pour un photon.]



5. Le but du présent exercice est d'évaluer l'énergie disponible lors de deux expériences de collision impliquant deux protons. La première expérience est le cas "classique" où un proton, accéléré à une énergie E de 30 GeV, subit une collision de plein fouet avec un autre proton au repos. Dans la deuxième, les deux protons sont accélérés chacun à une énergie de 15 GeV, dans des directions opposées, avant de subir une collision de plein fouet.

- (a) Dans les deux cas, évaluez l'énergie totale des deux protons dans le repère d'impulsion nulle. Pourquoi choisir ce repère particulier?
- (b) Dans le premier type d'expérience, à quelle énergie faudrait-il accélérer le premier proton de façon à avoir la même énergie disponible que dans la deuxième expérience avec des protons de 15 GeV?

6. Un faisceau de rayons γ est dirigé sur une cible de protons au repos. La réaction suivante se produit:



On observe que les pions π^+ qui émergent à 90° avec la direction des γ incidents, ont une énergie **cinétique** de 50 MeV. De leur côté, les neutrons sont émis à un angle θ par rapport à la direction des γ incidents. On donne: $m_\pi = 140$ MeV, $m_p = m_n = 940$ MeV.

- (a) Quelle est, en MeV, l'impulsion des π^+ ?
- (b) Quelle est, en MeV, l'énergie des γ incidents?

7. Un pion π^0 , dont l'énergie cinétique est de 1 GeV, se désintègre pour donner deux γ . ($m_\pi = 135$ MeV au repos)

- (a) En supposant que ces γ sont émis en sens opposés mais dans la direction de mouvement du pion, quelle est l'énergie de chaque γ ?
- (b) Se pourrait-il que cette désintégration ne donne qu'un seul γ ? Expliquer.

8. Un Kaon K ($m_K = 498$ MeV) a une vitesse de 0.6. Il se désintègre pour donner deux pions ($m_\pi = 135$ MeV). Quelle est l'impulsion et quelle est l'énergie de chaque π en supposant qu'ils sont émis dans la même direction que le Kaon incident?

9. Un méson K a une vitesse de $0.5c$ par rapport au repère du laboratoire (repère S). Dans un repère S' qui suit ce méson, on observe que ce dernier se transforme spontanément pour donner deux pions. Ces deux pions partent en sens opposés et parallèlement à l'axe Oy' dans S' .

- (a) Quelle est la grandeur de la vitesse de ces pions dans le laboratoire?
- (b) Quel est l'angle entre la direction des deux pions dans le laboratoire?

10. Par quel facteur l'impulsion d'un objet change-t-elle si on double sa vitesse sachant que sa vitesse initiale est:

- (a) 25 m/s?
- (b) 10^8 m/s?

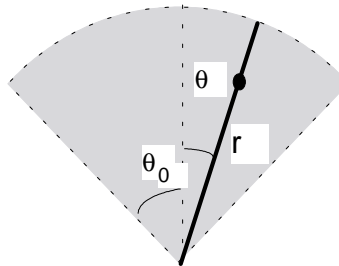
11. Parmi les rayons cosmiques les plus énergétiques, nous retrouvons des protons avec des énergies situées autour de 10^{20} eV. Déterminez l'impulsion d'un tel proton et comparez-la avec celle d'un insecte de 25 mg qui se déplace à 2 mm/s.
12. Un méson K au repos se désintègre pour donner un méson π^+ et un méson π^- ayant chacun la même vitesse de $0.85c$. Si le méson K se déplace à la vitesse de $0.9c$ lorsqu'il se désintègre,
 - (a) Quelle est la plus grande vitesse que peut avoir l'un des mésons π ?
 - (b) Quelle est la plus petite vitesse que peut avoir l'un des mésons π ?
13. Énergie disponible:
 - (a) Quelle est l'énergie nécessaire pour accélérer un électron jusqu'à une vitesse de $0.4c$?
 - (b) Quelle est l'énergie nécessaire pour accélérer un électron jusqu'à une vitesse de $0.8c$?
 - (c) Quel est le rapport des énergies cinétiques $K(0.8c)/K(0.4c)$ selon la mécanique classique? Comparez avec ce qui a été obtenu en (a) et (b).
14. Soit une particule Λ qui donne par désintégration un proton et un pion π^0 . On suppose que l'on peut mesurer expérimentalement l'énergie du pion.
 - (a) Quelle est l'impulsion de ce pion?
 - (b) Quelle est la vitesse de ce pion?
 - (c) Quelle est l'énergie du proton en supposant que l'on connaisse la masse au repos de la particule Λ ?
15. Un proton de 437 MeV frappe élastiquement un proton au repos. Après la collision, les deux protons ont la même énergie.
 - (a) Quel est l'angle entre les deux particules après la collision?
 - (b) Quel est l'angle entre les deux particules après la collision si le proton incident a une énergie de 33 GeV?
16. Une particule ayant une énergie totale égale à deux fois son énergie de masse frappe une particule semblable au repos. Le tout donne une troisième particule. Quelle est la masse au repos de cette troisième particule?
17. Un pion dont la masse au repos est $273 m_e$ (m_e étant la masse au repos de l'électron) se désintègre pour donner un muon (masse au repos de $207 m_e$) et un neutrino.
 - (a) Quelle est l'énergie cinétique du neutrino?
 - (b) Quelle est l'impulsion du neutrino?

3 Repères accélérés

1. Un avion transportant le professeur Tournesol survole le pôle nord à une vitesse de 800 km/h en suivant un méridien de longitude (un grand arc de cercle fixe par rapport à la surface de la Terre et selon une direction nord-sud). Le professeur Tournesol tient son pendule à bout de bras devant lui (le pendule est stationnaire et n'oscille pas). Pendant ce temps, les Dupont et Dupond effectuent la même expérience à partir d'une station située au pôle nord. Quel est l'angle entre les directions du pendule de Tournesol et celui des Dupont et Dupond?
2. On a prétendu que les oiseaux migratoires estiment leur latitude à partir de la force de Coriolis. Quelle force un oiseau doit-il exercer pour contre-balancer la force de Coriolis et voler en *ligne droite* à 50 km/h? Exprimez votre résultat comme un rapport entre la force de Coriolis et la force gravitationnelle, et en fonction de la latitude terrestre et de la direction du vol. Que pensez-vous de cette explication des capacités de navigation des oiseaux?
3. Une mouche se pose sur le bras d'un essuie-glace, à une distance r du pivot. L'essuie-glace exécute un mouvement périodique tel que l'angle de l'essuie-glace par rapport à sa position centrale est donné par la relation

$$\theta = \theta_0 \sin(bt),$$

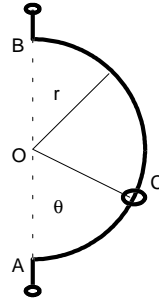
où θ_0 et b sont des constantes. On néglige les forces dues à la gravité, au vent et au mouvement de la voiture.



- (a) En supposant que la mouche demeure stationnaire à sa position r , donnez une expression **vectorielle** de la force que le bras de l'essuie-glace exerce sur la mouche.
- (b) Si la mouche se déplace à vitesse constante vers le pivot, quelle force addition-

nelle le bras exerce-t-il sur la mouche? Prenez soin d'indiquer la grandeur et la direction de cette force.

4. Un insecte de masse $m = 1\text{ g}$ se déplace le long du rayon d'un disque vinyle qui tourne à $33\frac{1}{3}$ tours/min.. La vitesse de déplacement de l'insecte est de 1 cm/s . Quelles sont la grandeur et la direction des forces qui agissent sur l'insecte lorsque celui-ci se situe à 6 cm du centre du disque
5. Un petit anneau C est libre de glisser le long d'une tige semi-circulaire ACB . La tige est en rotation à une vitesse angulaire ω autour de l'axe vertical AB . On suppose qu'il n'y a aucune friction entre la tige et l'anneau. Déterminez les valeurs de θ pour lesquelles l'anneau ne glisse pas.

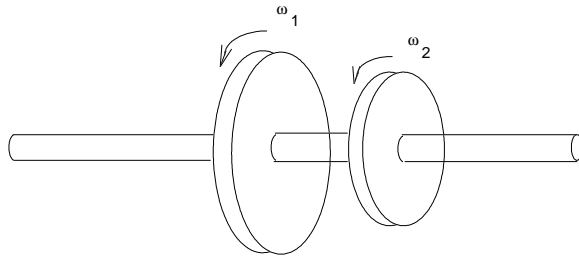


6. Un petit bloc de 0.1 kg est posé sur un disque horizontal à 1 m de l'axe. Le coefficient de frottement entre le bloc et le disque est 0.5 . Initialement au repos, le disque est ensuite soumis à une accélération angulaire constante de 0.01 rad/s^2 . On néglige la résistance de l'air et on suppose $g = 10\text{ m/s}^2$.
 - (a) Donnez la nature, la grandeur et la direction de chacune des forces qui s'exercent sur le bloc du point de vue d'un observateur placé sur le disque (repère non-inertiel).
 - (b) Donnez la nature, la grandeur et la direction de chacune des forces qui s'exercent sur le bloc du point de vue d'un observateur immobile par rapport au sol (repère inertiel).
7. Une petite fille assise par terre regarde un manège qui tourne. Pour un observateur immobile sur le manège, la petite fille effectue un mouvement circulaire uniforme autour de l'axe du manège. Expliquer.
8. Le petit frère de la petite fille du numéro précédent court autour du manège à une vitesse telle que celui-ci lui semble immobile.
 - (a) Décrire la situation en termes de forces du point de vue du repère non-inertiel qu'est le manège.
 - (b) Décrire la situation en termes de forces du point de vue d'un repère inertiel fixé

au sol.

4 Corps rigides

1. Deux disques cylindriques sont en rotation autour d'axes parallèles, à des vitesses angulaires ω_1 et ω_2 initialement différentes (voir la figure qui suit). On suppose que les extrémités des axes reposent sur des coussinets sans friction. On amène les deux disques en contact jusqu'à ce qu'éventuellement, ils atteignent la même vitesse angulaire ω . Vous devrez considérer les deux cas possibles selon que la rotation initiale des disques est dans le même sens ou dans le sens opposé.



- (a) En supposant qu'aucun torque externe ne soit appliqué, déterminez la valeur de la vitesse angulaire commune ω .
 - (b) Quelle fraction de l'énergie cinétique initiale de rotation a été perdue durant cette opération?
2. Un yoyo est fait de deux disques uniformes de masses et rayons égaux, joints par un disque plus petit et de masse négligeable (voir la figure qui suit). On suppose les disques parfaitement centrés. Une ficelle est enroulée à une extrémité autour du petit disque central, et l'autre extrémité attachée à un doigt. Si le yo-yo est simplement relâché, quelle sera son accélération linéaire? On suppose que la ficelle se déroule sans glisser et que la masse et l'épaisseur de la ficelle sont négligeables.

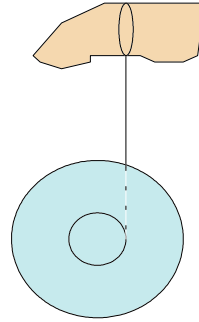


Figure: Problème du yo-yo

3. Une petite bille de rayon r part au repos du sommet d'une grande sphère fixe de rayon a et roule le long de la surface sans glisser. Déterminez la valeur critique de l'angle ϕ où la bille quittera la surface. On considère l'accélération due à la gravité constante et de grandeur g .

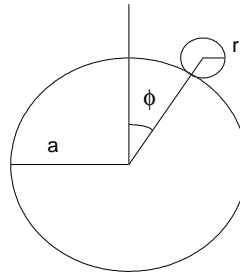
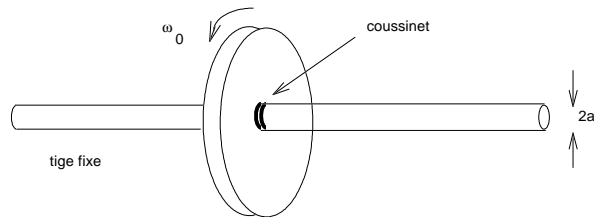
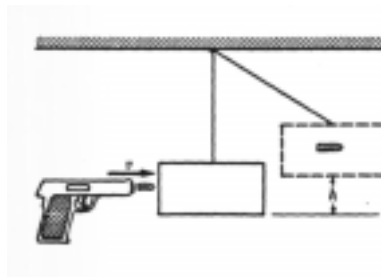


Figure: Problème de la bille

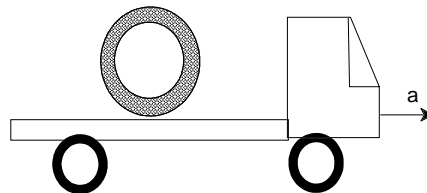
4. Soit un cône de rayon R à la base, de hauteur H , de densité uniforme et de masse M (Faire les calculs suivants en détail).
- À quelle hauteur de la base se trouve le centre de masse?
 - Quel est le moment d'inertie de ce cône par rapport à son axe de symétrie?
5. Une roue de masse M , rayon de gyration k est en rotation autour d'un axe horizontal fixe de rayon a . Le contact entre la roue et la tige est assuré par un coussinet caractérisé par un coefficient de frottement μ . Si la vitesse angulaire initiale de la roue est ω_0 , combien de tours la roue effectuera-t-elle avant de s'arrêter?



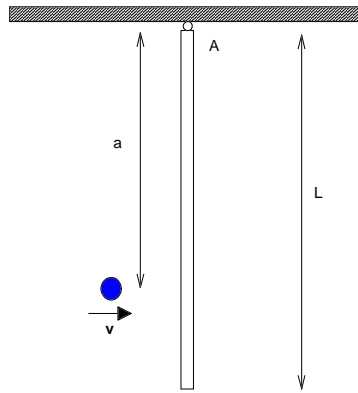
6. La figure qui suit illustre une façon de déterminer la vitesse v d'une balle de fusil à partir de la mesure de la hauteur h du bloc dans lequel la balle s'est arrêtée. Obtenez la vitesse v en fonction de la hauteur h , des masses m_1 et m_2 de l'obus et du bloc respectivement, et de l'accélération gravitationnelle g .



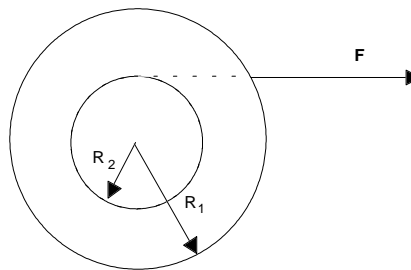
7. Un lourd tuyau de béton de masse M et de rayon R repose transversalement sur la plate-forme d'un camion, arrêté à un feu de circulation. Un petit malin en profite pour enlever les cales qui devaient empêcher le cylindre de rouler. Le chauffeur démarre avec une accélération a . Quelle est l'accélération par rapport au camion?



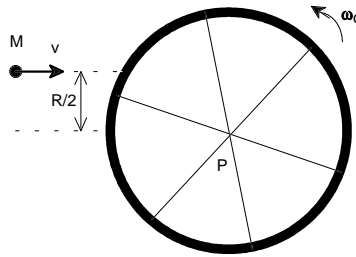
8. Une tige de longueur L et de masse M est suspendue par un pivot sans friction en un point A. Un projectile de masse m et de vitesse v frappe la tige à une distance a du pivot. Le projectile s'arrête dans la tige.



- (a) Quel est le moment cinétique du système autour du point A juste avant et après la collision du projectile avec la tige?
- (b) Déterminez l'impulsion du système juste avant et juste après la collision.
9. Un yoyo a une masse de 2 kg, un rayon intérieur $R_1=0.03$ m et un rayon extérieur $R_2=0.05$ m. Le rayon de gyration autour de l'axe est de 0.04 m. Une force constante de 5 N est appliquée à l'aide d'un fil de masse négligeable enroulé autour du cylindre intérieur. Si le yoyo roule sans glisser, calculez l'accélération du centre de masse. Quel doit être le coefficient de frottement statique minimum nécessaire?



10. Une roue de bicyclette de masse $2M$ et de rayon R est libre de tourner autour d'un essieu vertical fixe sans frottement en P . La vitesse angulaire de la roue est ω_o . Une balle de mastic de masse M est lancée horizontalement vers la roue avec la vitesse v et passerait normalement à une distance $R/2$ du point P (on ignore la force de gravité dans ce problème). La balle rencontre cependant la roue et y reste collée (collision parfaitement inélastique).



- (a) Calculez la nouvelle vitesse angulaire ω de la roue. La masse des rayons est tout à fait négligeable et la roue peut être considérée comme un anneau mince.
- (b) Que devient la vitesse de la roue, si par la suite, la boule décolle de la roue?
11. Quelle est le rayon de gyration d'un disque par rapport à un axe tangent à sa circonférence et dans le plan du disque.

